

Un modelo probabilístico es una representación matemática deducida de un conjunto de supuestos con el doble propósito de estudiar los resultados de un experimento aleatorio y predecir su comportamiento futuro, cuando se realiza bajo las mismas condiciones dadas inicialmente.

El modelo permite conocer la distribución de probabilidades de los valores que toma la variable aleatoria, de ahí que también se mencione con el nombre de Distribución de Probabilidad.

En el capítulo anterior se reconoció el comportamiento de una variable aleatoria a través de su funciones de probabilidad, densidad, distribución y generadora de momentos, además de los parámetros de tendencia, variabilidad, asimetría y curtosis. Tales funciones construidas corresponden propiamente al modelo probabilístico.

En éste capítulo se presentan modelos que reciben un nombre específico y son frecuentemente utilizados.

1. MODELOS DISCRETOS

Entre los modelos discretos se cuenta con: Uniforme, Bernoulli, Binomial, Geométrico, Binomial Negativo, Pascal, Hipergeométrico, Poisson y Multinomial, entre otros.

1.1 Modelo Uniforme

Sea X una variable aleatoria discreta definida sobre un espacio de probabilidad Laplaciano, que indica el resultado del experimento aleatorio

$$X = 1, 2, 3, \dots, n \quad \Rightarrow \quad f_X(x) = \frac{1}{n} \quad \text{Sucesos elementales equiprobables.}$$

$$M(t) = E(e^{tX}) = \sum_{x=1}^n e^{tx} \frac{1}{n}$$

$$M'(t) = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^n x e^{tx} \quad \Rightarrow \quad M'(t=0) = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^n x = \frac{1}{n} \frac{(n+1)n}{2} = \frac{n+1}{2} = \mu$$

$$M''(t) = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^n x^2 e^{tx} \quad \Rightarrow \quad M''(t=0) = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^n x^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$V(X) = \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = \frac{(n+1)(n-1)}{2 \cdot 6} = \frac{n^2 - 1}{12} = \sigma^2$$

Ejemplo 1. Suponga el experimento lanzar un dado. Sea la variable aleatoria X : Número de puntos al lanzar el dado una vez.

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/6 & x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mu = 3.5$$

$$\sigma^2 = 35/12$$

Ejemplo 2. Se tienen cinco artículos uno de los cuales es defectuoso. Se observan aleatoriamente uno por uno hasta encontrar el defectuoso. Suponga que la variable aleatoria X indica la posición del artículo defectuoso entre los 5. Entonces:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/5 & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \mu = 3 \quad \sigma^2 = 2$$